COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 19 JANVIER 1846.

PRÉSIDENCE DE M. MATHIEU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

PHYSIQUE. — *Sur les phénomènes rotatoires opérés dans le cristal de roche; par* M. BIOT.

« Le travail que je présente en ce moment à l'Académie est celui dont j'ai eu l'honneur de lire l'introduction devant elle, il y a quatre mois. Mais sa rédaction définitive a exigé plus de temps et d'expériences nouvelles, que je ne l'avais présumé. C'est uniquement de ces dernières que j'entretiendrai quelques instants l'Académie.

» La nécessité de revoir mes anciennes recherches, m'avait été suggérée par deux remarques, qui m'avaient jusqu'alors échappé. La première, c'est que l'étendue du spectre visible, pour laquelle Newton a établi sa règle de la composition des teintes, est notablement moindre que ne le constatent les expériences de Fraunhofer. La seconde, c'est que ces portions excédantes, qu'il a négligées ou omises, sont sensibles dans les images colorées, développées par les phénomènes rotatoires, même lorsqu'elles sont formées avec la seule lumière des nuées, polarisée par réflexion sur une glace noire, comme on le fait habituellement. Averti de cette circonstance par une observation isolée, cela m'a fourni des indications qui devaient servir à la rendre mani-

feste dans beaucoup d'autres, en donnant à la section principale du prisme analyseur, les directions convenables pour faire prédominer, dans l'une ou l'autre image, l'influence de ces portions extrêmes. Il a donc fallu recommencer toutes mes expériences précédentes, pour y introduire ou y spécifier cette addition. Et elles sont complétées ainsi, dans le travail que je présente aujourd'hui.

» Mais ceci m'a imposé une autre obligation, à laquelle je n'ai pas pu davantage me soustraire. Pour confirmer la justesse, au moins très-approchée, des valeurs que j'avais attribuées aux vitesses angulaires de rotation, par lesquelles les plans de polarisation des divers rayons simples sont progressivement dispersés, dans les plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe, je m'étais appuyé, en partie, sur une grande classe d'expériences, où les éléments chromatiques des images, conclus de ces vitesses, étant combinés par la règle newtonienne, se trouvaient parfaitement concorder avec l'observation, tant pour le caractère chromatique dominant des teintes résultantes, que pour le progrès des mutations qu'elles éprouvent avec l'accroissement des épaisseurs. Cet accord est très-réel. Mais, par une de ces rencontres fortuites, qui restreignent trop souvent la généralité des conséquences physiques, à l'insu de l'observateur, il se trouvait être spécial pour les cas que j'avais considérés; parce que les portions extrêmes du spectre, omises par Newton, se trouvaient précisément n'y avoir qu'une influence très-faible et négligeable. Or, maintenant que cette cause de limitation m'était connue, la règle de Newton ne m'offrait évidemment plus un type de comparaison qui pût confirmer, assez généralement, les valeurs que j'avais attribuées aux vitesses de rotation; et, à défaut de ce secours, il fallait chercher quelque mode de discussion nouveau, par lequel, dans des circonstances convenablement choisies, on pût établir directement les caractères chromatiques des teintes, résultantes des vitesses supposées, pour les comparer ensuite aux teintes réelles des images qui s'observent. C'est à quoi j'ai réussi pour deux cas très-étendus, sans avoir besoin d'introduire aucune hypothèse sur les intensités relatives d'illumination, propres aux diverses divisions chromatiques du spectre, comme Newton l'a fait, pour établir sa règle de la composition des teintes.

» Le premier de ces cas est celui où tous les rayons simples, compris entre les raies extrêmes B, H, de Fraunhofer, ont leurs plans de polarisation dispersés dans une amplitude angulaire totale qui n'excède pas un quadrant du cercle. D'après mes évaluations, cette condition a lieu, dans le cristal de

roche, pour toutes les plaques perpendiculaires à l'axe, dont l'épaisseur ne dépasse point, ou plutôt n'atteint pas tout à fait 3 millimètres. Alors, supposant la section principale du prisme analyseur dirigée dans le plan de polarisation primitif, je parviens, par un procédé de discussion direct, à définir complétement, pour les deux images, le caractère dominant des teintes résultantes, et la marche de leurs mutations progressives, avec une délicatesse d'appréciation qui atteint leurs moindres particularités. Et je montre que l'expérience suit minutieusement ces indications du calcul, dans tous leurs détails.

» Le second cas que j'ai pu atteindre, sans recourir à la règle de Newton, c'est celui où la section principale du prisme analyseur est dirigée de manière à produire, dans l'image extraordinaire, cette teinte violet-bleuâtre, que sa rapide transition, du bleu au rouge, quand on tourne le prisme, m'a fait appeler la teinte de passage, et dont l'apparition est rendue si délicatement saisissable, par ce caractère, qu'elle remplace avec avantage l'emploi de la lumière simple, dans les expériences courantes faites avec les plaques de cristal de roche, ou de toute autre substance dont le pouvoir rotatoire disperse les plans de polarisation, sensiblement selon la même loi. J'ai pu suivre cette teinte, par une discussion directe, jusqu'à une épaisseur de 8 millimètres de cristal de roche perpendiculaire à l'axe, limite à laquelle, d'après mes évaluations, la totalité du spectre comprise entre les raies extrêmes B, H, de Fraunhofer, a ses plans de polarisation répartis sur une amplitude angulaire de 254 degrés. Cela comprend toutes les phases dans lesquelles le caractère de transition de cette teinte est pratiquement applicable. En me fondant sur les vitesses de rotation, absolues et relatives, que j'avais attribuées aux plans de polarisation des divers rayons simples, j'ai pu, dans tout cet intervalle d'épaisseur, établir directement le caractère chromatique dominant de la teinte, sa connexion avec celles qui la précèdent ou la suivent immédiatement, lorsque l'on détourne le prisme analyseur d'un petit nombre de degrés, la constance presque complète de sa nuance, et sa dégradation progressive vers le rouge, à mesure que l'épaisseur s'accroît. Tous ces résultats, minutieusement conformes à l'expérience, dérivent rigoureusement, et sans exception, de la loi physique que j'avais attribuée aux vitesses de rotation, dans le cristal de roche. Ils ne peuvent subsister, tels qu'ils sont, qu'avec elle. De sorte qu'ils en donnent une confirmation positive, entre les limites de précision que ce genre d'observation atteint. Tous les détails de cette comparaison expérimentale sont rapportés dans mon Mémoire.

» Lorsque l'on sera parvenu à mesurer les vitesses de rotation des rayons simples, dans toute l'étendue du spectre visible, avec plus de rigueur que je n'ai pu le faire, le mode de discussion direct que je viens de signaler sera encore utile pour les vérifier par leur application, dans les deux cas très-étendus auxquels il s'adapte; et les nombres qu'on en déduira, étant comparés à ceux que je donne, serviront pour les confirmer ou les corriger. Dans la même vue d'amélioration et de progrès ultérieurs, j'ai annexé à mon Mémoire les détails d'un grand nombre d'observations nouvelles, faites dans toutes les positions angulaires du prisme analyseur, sur des plaques de cristal de roche exactement perpendiculaires à l'axe, ayant des épaisseurs très-variées, soigneusement mesurées au sphéromètre, et dont j'ai constaté les effets optiques avec toute l'attention dont j'ai été capable. Je les ai accompagnés de figures coloriées, qui représentent les positions relatives des plans de polarisation propres aux diverses divisions chromatiques du spectre, comme je l'avais fait dans mon Mémoire de 1818. Mais cette représentation est ici étendue à toutes les portions du spectre comprises entre les raies extrêmes B, H, de Fraunhofer. J'ai rapporté aussi les formules que j'avais autrefois établies pour calculer les éléments chromatiques des images, dans toutes les positions quelconques du prisme analyseur, d'après les valeurs mathématiquement assignées aux vitesses angulaires de rotation, afin qu'on ne fût pas obligé d'aller reprendre ces détails dans les diverses publications antérieures où ils sont épars. De cette manière, les physiciens qui voudraient analyser de nouveau ces curieux phénomènes trouveront dans mon Mémoire tous les matériaux d'une étude complète; et les géomètres qui voudraient essayer de les soumettre à des théories mathématiques, déduites des hypothèses que l'on peut former sur la nature de la lumière, y trouveront aussi des éléments d'application tout préparés. J'ai tâché de faire en sorte qu'ils fussent suffisamment multipliés pour ce but, mais surtout qu'ils fussent fidèles.

» Je n'ai pas négligé non plus d'employer le procédé ingénieux que MM. Fizeau et Foucault ont imaginé, et proposé dans le *Compte rendu* du 24 novembre 1845, pour vérifier, à posteriori, les valeurs assignées aux vitesses de rotation des différents rayons simples Ce procédé peut s'énoncer mathématiquement de la manière suivante : Étant donnée une plaque de cristal de roche, ou de toute autre substance dont le pouvoir rotatoire est censé connu, exposez-la normalement à un faisceau blanc, préalablement polarisé en un seul sens; puis, ayant placé la section principale du prisme analyseur dans une certaine direction angulaire, calculez, d'après les vitesses de rota-

tion assignées aux plans de polarisation des divers rayons simples, quels sont, dans ces circonstances, les éléments chromatiques qui doivent manquer dans l'une et l'autre image. Cela fait, placez, après l'analyseur, un prisme à réfraction simple, très-dispersif; et voyez si les spectres des deux images, ainsi développés, présentent, dans leur longueur totale, les intermittences prévues. Pour adapter ce procédé d'expérimentation aux dispositions de l'appareil dont je fais usage, j'ai fixé le prisme dispersif sur l'alidade de l'analyseur par un bras métallique tournant, qui permettait de l'amener dans le trajet des rayons, ou de l'en écarter à volonté; puis, j'ai interposé antérieurement, dans ce même trajet, une fente métallique étroite que je dirigeais parallèlement à l'alidade, pour obtenir, par cette limitation, des spectres dont les éléments chromatiques de réfrangibilités voisines n'empiétassent point trop les uns sur les autres. En opérant ainsi, dans les conditions les plus diverses, tant d'épaisseur des plaques que de position angulaire de l'analyseur, j'ai toujours trouvé les intermittences réalisées dans chaque spectre, comme le voulait le calcul, tant pour leur place que pour leur nombre. C'est donc une vérification matérielle des valeurs que j'avais attribuées aux vitesses de rotation. Toutefois, malgré la partialité favorable que cet accord doit naturellement m'inspirer pour le procédé dont il s'agit, je n'ose pas trop m'en prévaloir, parce que, telle que j'ai pu l'adapter à mon appareil, l'épreuve pourrait bien paraître plus séduisante que rigoureuse à des expérimentateurs scrupuleux. En effet, chaque élément chromatique, qui, selon le calcul, doit manquer mathématiquement dans l'une ou l'autre image, n'y disparaît pas physiquement seul. La disparition s'étend, pour l'œil, aux éléments homochromatiques voisins, dont la direction de polarisation propre diffère trop peu de celle-là, pour que le carré du sinus ou du cosinus de cet écart les amène en proportion perceptible dans la même image. Or, l'indétermination qui naît de cette circonstance est assez grande, quand on opère, comme je l'ai fait, avec la lumière des nuées transmise à travers des plaques, ou des systèmes de plaques, dont l'épaisseur ne peut jamais être que fort restreinte. Car, par la réunion de ces deux circonstances, les bandes noires, qui se forment dans chaque division homochromatique des spectres, ont toujours inévitablement une notable largeur. Alors, dans les limites d'épaisseur où ce genre d'épreuve peut être réalisé, sans avoir à craindre d'autres causes d'erreur, il faudrait que les valeurs attribuées aux vitesses de rotation fussent bien défectueuses, pour que les intermittences ne se montrassent point dans les divisions chromatiques où le calcul les place. On

pourrait espérer plus de précision en opérant sur un trait de lumière solaire polarisée, dont la vivacité rétrécirait l'amplitude que chaque intermittence embrasse pour l'œil, à épaisseur égale; mais on y rencontrerait peut-être d'autres difficultés pratiques; et, ne l'ayant pas essayé, je n'oserais exprimer une opinion sur ce point. Quant à l'augmentation hypothétique des épaisseurs qui produirait le même effet, en rendant les intermittences plus nombreuses et leurs amplitudes plus fines, elle est bornée par des impossibilités physiques dans le cas actuel. Toutefois l'expérience, telle qu'on la réalise avec la lumière des nuées, à travers de médiocres épaisseurs, est déjà très-belle; et l'apparition des intermittences, aux points précis de chaque spectre où le calcul les indique, offrira un spectacle très-intéressant dans les cours publics, ces spectres étant alors formés avec la lumière solaire, et reçus en projection sur des tableaux blancs très-éloignés. On doit donc savoir beaucoup de gré aux deux jeunes auteurs de l'avoir suggérée. A cette occasion, je donne, dans mon Mémoire, une règle arithmétique fort simple, par laquelle on prévoit tout de suite le nombre total des intermittences qui doivent se former nécessairement, ou facultativement, dans l'une et l'autre image, à travers toute plaque d'épaisseur assignée, pour chaque position que l'on veut donner à la section principale du prisme analyseur autour du faisceau lumineux transmis. Ces nombres croissent graduellement, par sauts brusques, à mesure que l'épaisseur augmente; et il est assez singulier que, dans une même plaque, quelque épaisse qu'on la suppose, ceux qui appartiennent à l'un ou à l'autre des deux spectres ne peuvent jamais différer entre eux de plus d'une unité. En même temps qu'ils augmentent ainsi avec l'épaisseur, la raie noire, que chaque intermittence présente à l'œil, devient plus fine, parce que les éléments chromatiques de réfrangilités voisines ayant leurs plans de polarisation propres plus séparés les uns des autres, ils échappent plus promptement aux conditions physiques d'une disparition commune. Mais le progrès idéal de ce rétrécissement est bientôt borné, dans les applications, par la lenteur avec laquelle le nombre des intermittences s'accroît. Car, pour l'étendre au delà de limites assez restreintes, il faudrait supposer des épaisseurs trop grandes pour se prêter à des observations précises, ou même pour être réalisables pratiquement. Ces diverses particularités, ainsi que le nombre absolu des intermittences qui peuvent se former dans chaque plaque, et les places où elles doivent se voir pour chaque position donnée du prisme analyseur, seront annoncées manifestement aux yeux, indépendamment de l'expérience, mais toujours en concordance avec elle, si l'on se sert de cercles coloriés, représentant, sur leur

contour, la répartition actuelle des plans de polarisation propres à tous les éléments chromatiques de la lumière transmise à travers chaque plaque. Car, en fixant, au centre de ces cercles, des croix tournantes à branches rectangulaires, dont deux, diamétralement opposées, représenteront la section principale du prisme analyseur, et les deux autres la section perpendiculaire, ces branches marqueront, sur le contour colorié, les rayons lumineux qui doivent manquer mathématiquement dans l'une ou l'autre image, selon la position du prisme, tout comme le ferait le calcul, quoique non pas sans doute si exactement. Et cette simple construction graphique pourra même ne pas être inutile au physicien expérimentateur, en lui désignant les directions du prisme analyseur, qui sont propres à mettre en évidence les phénomènes les plus délicats ou les plus instructifs que la distribution des plans de polarisation, à leur sortie de chaque plaque, peut spécialement présenter. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Applications diverses du nouveau calcul dont les principes ont été établis dans la séance précédente; par* M. **Augustin Cauchy.**

« Considérons n variables diverses x, y, z, u, v,.... Le nombre total N des arrangements que l'on pourra former avec ces variables sera déterminé par la formule

$$N = 1.2.3...n.$$

Soit d'ailleurs s une fonction linéaire de x, y, z,... déterminée par une équation de la forme

$$s = ax + by + cz + \dots. \tag{1}$$

Les diverses valeurs de cette fonction seront toutes égales entre elles, et, par suite, la fonction sera symétrique, si les coefficients a, b, c,... sont tous égaux entre eux. Si, au contraire, plusieurs coefficients sont inégaux, la fonction s offrira plusieurs valeurs distinctes dont le nombre sera facile à calculer. Enfin, si tous les coefficients sont inégaux, les N valeurs de la fonction s seront toutes distinctes les unes des autres.

» Concevons maintenant que α étant une racine de l'équation

$$\alpha^n = 1, \tag{2}$$

on réduise les coefficients

$$a, \quad b, \quad c,\dots$$

aux divers termes de la suite

$$(3) \qquad 1, \quad \alpha, \quad \alpha^2, \ldots, \quad \alpha^{n-1}.$$

La formule (2) donnera

$$(4) \qquad s = x + \alpha y + \alpha^2 z + \ldots.$$

Soit d'ailleurs

$$(5) \qquad \mathrm{P} = (x, \ y, \ z, \ u, \ v, \ldots).$$

On aura

$$(6) \qquad \mathrm{P}s = y + \alpha z + \alpha^2 u + \ldots,$$

et par conséquent

$$(7) \qquad \mathrm{P}s = \frac{s}{\alpha};$$

puis on en conclura

$$\mathrm{P}s^n = (\mathrm{P}s)^n = \frac{s^n}{\alpha^n},$$

ou, ce qui revient au même,

$$(8) \qquad \mathrm{P}s^n = s^n.$$

Lorsque α représente une racine primitive de l'équation (2), alors les n termes de la série (3) étant tous inégaux entre eux, la fonction s déterminée par la formule (4) offre N valeurs distinctes. Mais comme, en vertu de la formule (8), s^n représente une fonction qui n'est plus altérée par la substitution P, cette dernière fonction offre évidemment autant de valeurs distinctes qu'il y a d'unités dans le rapport

$$\frac{N}{n} = 1.2.3\ldots(n-1).$$

» Concevons à présent que, α étant une racine primitive de l'équation (2), on élève la fonction s à une puissance quelconque dont le degré l soit un nombre premier à n, et désignons par

$$\mathrm{x}, \quad \mathrm{y}, \quad \mathrm{z}, \quad \mathrm{u}, \quad \mathrm{v}, \ldots$$

les diverses fonctions de $x, y, z, u, v, \ldots$ qui, dans le développement de s^l, se

trouvent multipliées par les divers termes de la suite

$$1,\quad \alpha^l,\quad \alpha^{2l},\quad \alpha^{3l},\ldots,$$

en sorte qu'on ait

$$(9) \qquad s^l = \mathrm{x} + \alpha^l \mathrm{y} + \alpha^{2l}\mathrm{z} + \ldots.$$

On tirera de la formule (7)

$$\mathrm{P}s^l = (\mathrm{P}s)^l = \frac{s^l}{\alpha^l},$$

et par conséquent, eu égard à l'équation (9),

$$(10) \qquad \mathrm{P}s^l = \mathrm{y} + \alpha^l\mathrm{z} + \alpha^{2l}\mathrm{u} + \ldots.$$

Or, de la formule (10) comparée à l'équation (9), il résulte évidemment que la substitution P a pour effet de transformer x en y, y en z, z en u,.... Donc, si l'on représente par

$$(11) \qquad \Omega = \mathrm{F}(\mathrm{x},\ \mathrm{y},\ \mathrm{z},\ldots)$$

une fonction quelconque de x, y, z,..., la substitution P appliquée à la fonction Ω produira le même effet que la substitution (x, y, z,...). En d'autres termes, si l'on pose

$$(12) \qquad \mathfrak{P} = (\mathrm{x},\ \mathrm{y},\ \mathrm{z},\ldots),$$

$\mathfrak{P}$ ne sera autre chose que la substitution P exprimée non plus à l'aide des variables données x, y, z,..., mais à l'aide des nouvelles variables x, y, z,...; de sorte qu'en désignant par Ω une fonction quelconque de ces nouvelles variables, on aura

$$(13) \qquad \mathrm{P}\Omega = \mathfrak{P}\Omega.$$

» Ce n'est pas tout. Si, en nommant r l'un quelconque des nombres premiers à n, et ρ un entier choisi de manière à vérifier la formule

$$(14) \qquad r\rho \equiv 1 \pmod{n},$$

on remplace α par α^ρ dans le second membre de l'équation (4), on obtiendra une nouvelle valeur de s qui sera précisément celle à laquelle on parvient quand on substitue aux variables dont les rangs, dans la série

$$y,\quad z,\quad u,\ldots,$$

sont représentés par les nombres

$$1, \quad 2, \quad 3, \ldots,$$

celles dont les rangs sont représentés par les nombres

$$r, \quad 2r, \quad 3r, \ldots.$$

Donc la nouvelle valeur de s sera précisément celle qu'on obtient quand on applique à s la substitution Q relative aux seules variables

$$y, \quad z, \ldots,$$

et déterminée par l'équation symbolique

$$(15) \qquad Q = \binom{\mathrm{P}^r}{\mathrm{P}}.$$

D'autre part, comme la substitution Q relative aux seules variables $y, z, \ldots$ et déterminée par la formule (15), produira sur s, et par suite sur s^l, un effet identique avec celui qui résulterait du changement de α en α^ρ, on aura non-seulement

$$(16) \qquad Qs = x + \alpha^\rho y + \alpha^{2\rho} z + \ldots,$$

mais encore

$$(17) \qquad Qs^l = \mathrm{x} + \alpha^{\rho l}\mathrm{y} + \alpha^{2\rho l}\mathrm{z} + \ldots.$$

Or, de la formule (17), comparée à l'équation (9), on conclura que la substitution Q fait passer à la place des fonctions dont les rangs, dans la série

$$\mathrm{y}, \quad \mathrm{z}, \quad \mathrm{u}, \ldots,$$

sont représentés par les nombres

$$1, \quad 2, \quad 3, \ldots,$$

celles dont les rangs sont représentés par les nombres

$$r, \quad 2r, \quad 3r, \ldots.$$

Donc la substitution Q échangera entre eux de la même manière les termes correspondants des deux séries

$$y, \quad z, \quad u, \ldots,$$
$$\mathrm{y}, \quad \mathrm{z}, \quad \mathrm{u}, \ldots;$$

et, si l'on nomme $\mathfrak{Q}$ ce que devient la substitution Q exprimée à l'aide de y, z, u, . . ., $\mathfrak{Q}$ se déduira de $\mathfrak{P}$ à l'aide d'une équation symbolique semblable à la formule (15); de sorte qu'on aura

$$\mathfrak{Q} = \binom{\mathfrak{P}^r}{\mathfrak{P}}, \tag{18}$$

x devant conserver la même place dans $\mathfrak{P}$ et dans $\mathfrak{P}^r$. Si maintenant on applique la substitution $\mathfrak{Q}$ ainsi déterminée à une fonction quelconque Ω de x, y, z, . . ., on aura identiquement

$$Q\Omega = \mathfrak{Q}\Omega. \tag{19}$$

» Comme, en désignant par l un nombre entier quelconque, on tire de la formule (15)

$$Q^l = \binom{P^{r^l}}{P},$$

l'ordre i de la substitution Q, ou la plus petite valeur de l propre à vérifier la formule

$$Q^l = 1,$$

devra évidemment se confondre avec la plus petite valeur de l propre à vérifier l'équation

$$P^{r^l} = P,$$

que l'on peut réduire à

$$r^l \equiv 1, \quad (\text{mod. } n).$$

Donc, par suite, si r est une racine primitive relative au module n, le nombre i devra se confondre avec l'indicateur maximum I correspondant à ce module. Dans le cas contraire, i sera un diviseur de I.

» D'autre part, comme, en vertu de l'équation (15), le système des puissances de P sera permutable avec le système des puissances de Q, on peut affirmer que les deux substitutions

$$P, \ Q,$$

jointes à leurs dérivées, composeront un système dont l'ordre sera représenté par le produit

$$ni.$$

Par suite aussi, a étant un diviseur quelconque de n, les deux substitutions

$$P^a, \ Q,$$

jointes à leurs dérivées, composeront un système dont l'ordre sera

$$\frac{ni}{a}.$$

Ajoutons que de la formule (13) on tirera immédiatement

$$(20) \qquad \mathrm{P}^a\Omega = \mathfrak{P}^a\Omega.$$

» Les formules que nous venons d'établir offrent des expressions très-simples des théorèmes fondamentaux sur lesquels s'appuie la résolution des équations binômes. Les équations (13), (19) et (20), en particulier, permettent de construire facilement avec n variables données $x, y, z, \ldots$, des fonctions pour lesquelles le nombre m des valeurs distinctes soit déterminé par la formule

$$(21) \qquad m = \frac{1.2\ldots(n-1)}{i}a,$$

i étant ou l'indicateur maximum I relatif au module n, ou un diviseur de I, et a étant ou l'unité ou un diviseur de n. D'ailleurs, le mode de formation que fournissent les équations (13), (19) et (20), pour les fonctions dont il s'agit, est différent de celui que nous avons indiqué dans la séance du 6 octobre, et se réduit à la règle que nous allons énoncer.

» Pour former avec n variables $x, y, z, \ldots$ une fonction Ω, qui offre

$$\frac{1.2\ldots(n-1)}{i}a$$

valeurs distinctes, a étant un diviseur quelconque de n et i un diviseur quelconque de l'indicateur maximum relatif au module n, posez

$$s = x + \alpha y + \alpha^2 z + \ldots,$$

α étant une racine primitive de l'équation

$$\alpha^n = 1.$$

Soit d'ailleurs l un quelconque des entiers premiers à n, et représentez par

$$\mathrm{x},\ \mathrm{y},\ \mathrm{z}, \ldots$$

les coefficients de

$$1,\ \alpha^l,\ \alpha^{2l}, \ldots,$$

dans le développement de s^l. Soit encore r une racine primitive de l'équi-

valence

$$r^i \equiv 1, \quad (\text{mod. } n),$$

en sorte que r^i représente la plus petite puissance de r, qui, divisée par n, donne l'unité pour reste. Pour obtenir une fonction Ω de $x, y, z, \ldots$ qui remplisse la condition énoncée, il suffira de prendre généralement

$$\Omega = \mathrm{F}(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}, \ldots),$$

$\mathrm{F}(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}, \ldots)$ désignant une fonction de $\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}, \ldots$ qui ne soit jamais altérée, ni par la puissance $\mathfrak{P}^a$ de la substitution

$$\mathfrak{P} = (\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}, \ldots),$$

ni par la substitution

$$\mathfrak{Q} = \binom{\mathfrak{P}^r}{\mathfrak{P}}.$$

» A la vérité, il semblerait au premier abord que cette règle ramène la question proposée à une question entièrement semblable. Car, pour caractériser une fonction Ω de $x, y, z, \ldots$ qui offre

$$\frac{1.2.3\ldots(n-1)}{i}a$$

valeurs distinctes, il suffit de dire que les substitutions qui n'altèrent pas sa valeur se réduisent aux dérivées de deux substitutions de la forme

$$\mathrm{P} = (x, y, z, \ldots),$$

$$\mathrm{Q} = \binom{\mathrm{P}^r}{\mathrm{P}};$$

et ces deux dernières équations sont semblables à celles qui fournissent les valeurs de $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{Q}$ exprimées à l'aide des variables $\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}, \ldots$. Mais il importe d'observer que le nombre des valeurs distinctes de Ω considéré comme fonction de $x, y, z, \ldots$ restera généralement le même, si l'on diminue le nombre des valeurs distinctes de Ω considéré comme fonction de $\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}, \ldots$, et même si l'on réduit ce dernier nombre à l'unité. Donc, en suivant la règle indiquée, on pourra généralement prendre pour $\mathrm{F}(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}, \ldots)$ une fonction symétrique des nouvelles variables $\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}, \ldots$.

» Au reste, il suit des principes établis dans la séance précédente, que la règle ci-dessus tracée est comprise comme cas particulier dans une autre règle qui conduit au même but, et que nous allons indiquer.

» Pour former avec les n variables $x, y, z, \ldots$ une fonction Ω qui offre m valeurs distinctes, la valeur de m étant déterminée par la formule (21), posez

$$\mathrm{P} = (x, y, z, \ldots), \quad \text{et} \quad \mathrm{Q} = \binom{\mathrm{P}^r}{\mathrm{P}},$$

r étant une racine primitive de l'équivalence

$$r^i \equiv 1, \quad (\text{mod. } n);$$

puis construisez une fonction x qui vérifie la condition

$$(22) \qquad \mathrm{P}^a \mathrm{x} = \mathrm{x},$$

et prenez ensuite

$$\Omega = \mathrm{F}(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}, \ldots),$$

F(x, y, z, ...) désignant une fonction symétrique des variables x, y, z, ..., et y, z, ... étant liées à x par les formules

$$\mathrm{y} = \mathrm{Qx}, \quad \mathrm{z} = \mathrm{Q}^2 \mathrm{x}, \ldots.$$

La valeur de Ω ainsi obtenue, savoir,

$$(23) \qquad \Omega = \mathrm{F}(\mathrm{x}, \mathrm{Qx}, \mathrm{Q}^2\mathrm{x}, \ldots, \mathrm{Q}^{i-1}\mathrm{x}),$$

satisfera généralement à la question. D'ailleurs, comme en posant, pour abréger,

$$(24) \qquad c = \frac{n}{a},$$

on tirera de la formule (7)

$$\mathrm{P}^a s^c = \frac{s^c}{\alpha^n} = s^c,$$

il est clair qu'on vérifiera généralement la formule (22) en posant

$$\mathrm{x} = s^c.$$

Donc l'équation (23) pourra être réduite à celle-ci

$$(25) \qquad \Omega = \mathrm{F}(s^c, \mathrm{Q}s^c, \mathrm{Q}^2 s^c, \ldots, \mathrm{Q}^{i-1} s^c),$$

la valeur de s étant déterminée par la formule (4), et α étant une racine primitive de l'équation (2).

» Si, dans la formule (4), on prenait pour α, non plus une racine pri-

mitive de l'équation (2), mais une puissance d'une telle racine, le degré ν de cette puissance étant un diviseur de n, alors il suffirait d'assujettir les nombres a et c à vérifier non plus la formule (24), mais la suivante

$$ac = \frac{n}{\nu}, \tag{26}$$

pour que la fonction Ω, déterminée par l'équation (25), offrît encore, généralement, m valeurs distinctes, la valeur de m étant toujours donnée par la formule (21).

» Dans un autre article, je montrerai comment le nouveau calcul peut être appliqué à la formation de fonctions transitives qui offrent moins de valeurs encore que celles que nous venons de construire, par exemple à la formation de fonctions transitives de six variables qui offrent six valeurs distinctes. »

GÉOMÉTRIE. — *Théorème général sur la description des lignes de courbure des surfaces du second degré; par* M. **Chasles**.

« Toutes les tangentes à une ligne géodésique tracée sur une surface du second degré vont toucher une seconde surface du second degré homofocale à la première. Cette propriété caractéristique, qu'on peut regarder comme la cause géométrique des deux équations de MM. Joachimsthal et Liouville, conduit à un théorème fort curieux qui constitue un procédé mécanique de description des lignes de courbure d'une surface du second degré, par un fil tendu tout à la fois sur cette surface et sur son homofocale. Voici l'énoncé de ce théorème :

» *Étant données deux surfaces du second degré homofocales (d'espèce différente, pour que l'une ne soit pas comprise entièrement dans l'autre), si un fil a ses extrémités fixées en deux points de la seconde surface, et qu'un stylet qui glisse sur la première tende le fil de manière qu'il s'applique librement sur les deux surfaces, c'est-à-dire, qu'il s'applique sur la seconde à partir de ses deux extrémités, qu'ensuite il devienne rectiligne, puis qu'il se courbe suivant deux lignes géodésiques de la première surface, le stylet décrira une ligne de courbure de cette surface, quelle que soit la longueur du fil, et quels que soient les deux points de la seconde surface où sont fixées ses extrémités.*

» *Démonstration.* Appelons A la surface sur laquelle glisse le stylet, et B celle sur laquelle sont fixées les extrémités du fil, en deux points P, P'. A partir du point P, le fil s'applique sur la surface B suivant une ligne géodé-

sique. Les tangentes aux différents points m, m',... de cette ligne sont toutes tangentes à la surface A en des points n, n',...; elles sont les directions que prend le brin du fil fixé en P, pour venir s'appliquer sur cette surface A, quand le stylet le tend. Elles forment donc une surface développable tangente à la surface A. Considérons ces deux surfaces comme le prolongement l'une de l'autre à partir de leur courbe de contact $nn'n''$...; elles formeront une nappe continue, puisqu'elles se raccordent suivant cette courbe. J'appellerai cette nappe la *surface composée.* Le fil tendu par le stylet sera, dans chacune de ses positions, une ligne géodésique sur cette surface. En effet, sa partie comprise sur A, entre le point n et le stylet s, est une ligne géodésique; sa partie comprise de n en m est aussi une ligne géodésique puisqu'elle est droite; il y a donc simplement à prouver que le plan des deux premiers éléments du fil, de part et d'autre du point n, lequel est le plan osculateur de la ligne mixtiligne formée par le fil, est normal à notre surface. Or, cela a lieu, car ce plan comprend deux tangentes à la surface B: l'une est le fil rectiligne nm, et l'autre est dirigée suivant le premier élément curviligne à partir du point n. Or, les deux tangentes considérées ici sont infiniment voisines; elles déterminent donc le plan tangent à la surface B en son point m. Mais ce plan est normal au plan tangent à la surface A en son point n, puisque la droite mn est une tangente commune aux deux surfaces (1). Il est donc démontré que le plan osculateur en n à la ligne mixtiligne formée par le fil, est normal à la surface A, et conséquemment à notre surface composée. Il s'ensuit que le fil forme sur cette surface une ligne géodésique.

» Cela admis, soient s, s' deux positions infiniment voisines du stylet; et smP, $s'm'$P les deux positions du brin fixé en P, m et m' étant les points où la partie rectiligne du fil touche, dans ces deux positions, la surface B. La ligne mm'P est une ligne géodésique dont mm' est un élément; de sorte que m est un point commun aux deux fils P$m'ms$, P$m'ms'$. Ces deux fils formant sur la surface *composée* deux lignes géodésiques, leur différence, d'après le théorème connu de M. Gauss, est égale à la projection de l'élément ss' sur la direction du premier. Pareillement, la différence des deux autres brins, qui aboutissent au point P', est égale à la projection du même élément ss' sur le fil sP'. Or, cette différence est égale à la première, puisque le fil PsP' est de longueur constante; donc les projections de l'élément ss' sur les deux brins sP, sP' sont égales; donc ces deux fils sP, sP' font des angles égaux avec l'élément ss'. Or, ces deux fils sont courbés suivant des lignes géodésiques dont les tan-

(1) *Aperçu historique,* p. 392; art. 33.

gentes touchent toutes la surface B; de sorte que les tangentes en s à ces deux lignes sont les tangentes à la surface B comprises dans le plan tangent à la surface A au point s, ou, en d'autres termes, si l'on conçoit le cône circonscrit à la surface B et ayant son sommet en s, les deux tangentes en question seront les deux arêtes de ce cône comprises dans le plan tangent à la surface A. Mais ce plan tangent est un plan principal du cône (1); donc les deux tangentes font des angles égaux avec l'un des deux axes principaux du cône compris dans ce plan; or, ces axes sont les tangentes aux deux lignes de courbure de la surface qui se croisent au point s (2); donc chacune de ces lignes fait des angles égaux avec les deux fils sP, sP'; donc l'élément ss' appartient à l'une de ces lignes; ce qui démontre le théorème.

» *Observations.* — Nous aurions encore pu dire que les deux lignes géodésiques sP, sP' font des angles égaux avec chacune des deux lignes de courbure en s, *parce que leur équation admet la même constante.* Mais, par les considérations que nous venons d'employer, il n'est pas nécessaire de connaître les équations des lignes géodésiques; de sorte que notre théorème dérive directement et exclusivement de cette propriété purement géométrique de la ligne géodésique, savoir, que toutes ses tangentes touchent une seconde surface homofocale à la première.

» J'ai dit que les deux points P, P' pouvaient être pris arbitrairement sur la surface B. En effet, les fils tendus par un stylet situé en s ne peuvent prendre sur la surface A, que les directions des deux lignes géodésiques qui passent par ce point; mais la démonstration suppose, toutefois, que l'un des points étant pris arbitrairement, le second le soit de manière que les deux brins du fil ne forment pas sur la surface A la même ligne géodésique. La surface B se partagera en deux régions; l'une sera le lieu des points P tels, que le brin fixé en l'un de ces points viendra toujours s'appliquer sur la surface A suivant la même ligne géodésique, et l'autre, le lieu des points P' du second brin qui s'appliquera toujours sur A suivant la seconde ligne géodésique. Si les deux extrémités du fil étaient fixées en des points de la même région, les deux brins se courberaient donc sur la surface A suivant la même ligne. Cependant il y a encore à considérer que le fil, à partir d'un même point P, peut se diriger suivant deux directions opposées; ce qui pourra permettre de prendre les deux points P, P' dans la même région.

(1) *Aperçu historique*, p. 392; art. 32.
(2) *Ibid.*

» C'est un fait assez curieux, qu'un fil étant fixé en un point *s* d'une surface A, si l'on fait glisser son autre extrémité P sur une seconde surface homofocale B, de manière qu'il soit courbé sur les deux surfaces à la fois, il ne cesse pas d'être tangent à une même ligne de la surface A.

» *Conséquences du théorème général.* — Concevons un ellipsoïde A et un hyperboloïde B; le fil peut être fixé en deux points de la courbe d'intersection des deux surfaces et enroulé en partie sur cette courbe, on décrit alors une ligne de courbure de la surface A, à la manière que j'ai déjà indiquée directement.

» L'ellipsoïde peut devenir infiniment aplati, et se réduire à l'ellipse *focale* ou *excentrique* de l'hyperboloïde. On en conclut que *cette ellipse peut être décrite par un stylet qui tend un fil dont les extrémités sont fixées en deux points de l'hyperboloïde,* pourvu qu'à ses extrémités le fil soit courbé sur l'hyperboloïde.

» Supposons que l'hyperboloïde soit à une nappe, et que l'un de ses axes réels devienne nul, cette surface deviendra l'hyperbole lieu des ombilics des ellipsoïdes homofocaux. On en conclut que : *avec un fil dont les extrémités sont fixées en deux points pris respectivement sur les deux branches d'une hyperbole, on peut décrire des lignes de courbure d'un ellipsoïde qui aurait cette hyperbole pour focale.*

» Si les deux points pris sur l'hyperbole sont les ombilics de l'ellipsoïde, on retombe sur le théorème de M. Michael Roberts.

» L'ellipsoïde pouvant s'aplatir indéfiniment et devenir l'ellipse *focale,* on en conclut que cette ellipse sera décrite avec un fil fixé aux deux branches de l'hyperbole. C'est le théorème de M. Ch. Dupin.

» Ajoutons que les deux points où sont fixées les deux extrémités du fil, au lieu d'être sur l'hyperbole, ce qui satisfait à la condition que les deux brins du fil soient tangents à la surface B que l'hyperbole représente, peuvent être en deux autres points du plan de cette courbe, pourvu que les deux brins s'appuient sur son périmètre.

» Le stylet pourra décrire d'autres ellipses de mêmes foyers que l'ellipse focale. Pour cela, il faudra que le fil soit d'une plus grande longueur que pour décrire celle-ci, et qu'en s'appuyant sur le périmètre de cette ellipse focale, il passe sous son plan, et que le stylet le tende et imprime sa trace sur la face inférieure du plan. On décrira, de la sorte, des ellipses de toutes grandeurs, mais toutes homofocales.

» Si d'un point P de l'hyperbole focale d'un ellipsoïde, on mène une

tangente à cette surface, et qu'on la prolonge par une ligne géodésique, cette ligne passera toujours par le même ombilic O; de sorte qu'on pourra tendre du point P au point O une infinité de fils mixtilignes; *tous ces fils seront égaux entre eux.* Et comme les lignes géodésiques vont passer par l'ombilic opposé, et qu'elles sont égales entre elles, il s'ensuit que : *La tangente menée d'un point* P *pris sur l'hyperbole focale, moins l'arc géodésique mené de ce point à l'ombilic situé sur la même branche du côté du point* P, *est une quantité constante.*

» On conclut de là que :

» *Quand deux ellipsoïdes sont inscrits dans un cône de révolution qu'ils touchent suivant une même courbe, les arcs géodésiques menés d'un point quelconque de cette courbe aux deux ombilics situés sur les deux calottes elliptiques ont leur différence constante.*

» La courbe de contact sur le cône peut être considérée comme le contour d'un ellipsoïde infiniment aplati dont les ombilics sont les foyers. Donc

» *Quand un cône de révolution est circonscrit à un ellipsoïde, l'arc géodésique mené d'un point de la courbe de contact à un ombilic, et le rayon vecteur mené du même point à un foyer de cette courbe, ont leur différence constante.*

» Un cône du second degré et une sphère qui a son centre en son sommet, peuvent être considérés comme deux surfaces homofocales; donc *les tangentes à une ligne géodésique tracée sur un cône du second degré sont toutes tangentes à une sphère qui a son centre au sommet du cône.* Cela est évident et ne sert ici que comme vérification du théorème général.

» Je donnerai, dans une prochaine communication, une démonstration directe de l'équation $PD = \frac{abc}{\sqrt{a^2-\alpha^2}}$ relative à toutes les tangentes communes à deux surfaces homofocales, que j'ai déduite précédemment de l'équation $\mu^2 \sin^2 i' + \nu^2 \sin^2 i'' = \alpha^2$. (*Voir* les *Comptes rendus*, page 70.) »

GÉOMÉTRIE. — *Démonstration géométrique relative à l'équation des lignes géodésiques sur un ellipsoïde quelconque; par* M. LIOUVILLE.

« Soient M, M′ deux points consécutifs d'une ligne géodésique tracée sur un ellipsoïde, et MT, M′T′ les tangentes de la courbe en ces points. A ces tangentes répondent, respectivement, deux autres tangentes de la surface, savoir, les tangentes conjuguées MS, M′S′, que M. Ch. Dupin a introduites avec tant

de succès dans les recherches géométriques, et dont les directions diffèrent infiniment peu de celle de l'intersection des deux plans tangents SMT, S′M′T′. Menons par le centre O de l'ellipsoïde, et parallèlement à ces diverses droites, les diamètres COD, C′OD′, et les demi-diamètres OE, OE′, OI; OI sera l'intersection de deux plans EOD, E′OD′ parallèles aux deux plans tangents SMT, S′M′T′, et différera infiniment peu des parallèles OE, OE′ aux tangentes MS, M′S′. D'après un théorème connu, OD et OE, OD′ et OE′ seront deux systèmes de demi-diamètres conjugués pour les sections faites dans la surface par les plans EOD, E′OD′. Par suite, les droites IE, IE′, qui diffèrent infiniment peu des tangentes à ces sections en E et E′, seront sensiblement parallèles, l'une à COD, l'autre à C′OD′. Ainsi, en négligeant les infiniment petits du second ordre, ce que nous ferons dans tout ce qui va suivre, les perpendiculaires abaissées des points E et E′ sur les droites COD et C′OD′, sont respectivement égales à celles abaissées du point I sur ces mêmes droites. On conclut aisément de là qu'elles sont égales entre elles. En effet, par la propriété fondamentale de la ligne géodésique, le plan DOD′, sensiblement parallèle au plan osculateur de cette ligne en M, doit couper le plan tangent SMT, et conséquemment le plan EOD ou IOD, sous un angle infiniment peu différent de 90 degrés; il s'ensuit que les perpendiculaires abaissées du point I sur COD et C′OD′ font aussi avec le plan DOD′ des angles infiniment peu différents de 90 degrés; ce qui suffit pour établir la proposition énoncée.

» En désignant donc par H et H′ les perpendiculaires abaissées des points E, E′ sur les diamètres COD, C′OD′, on a, abstraction faite des infiniment petits du second ordre, $H' - H = 0$; en d'autres termes, on a, pour le lieu des points E, $dH = 0$ et $H =$ constante.

» De là ce théorème : *Si parallèlement à la tangente en un point quelconque* M *d'une ligne géodésique donnée et à la tangente conjuguée, on conçoit deux diamètres de l'ellipsoïde, la perpendiculaire* H *abaissée d'une des extrémités du second de ces diamètres sur le premier sera constante.*

» La même propriété appartient, du reste, aux lignes de courbure; elle résulte alors de ce que la tangente à une de ces lignes est toujours perpendiculaire à sa conjuguée; ce qui rend la droite OI, dont on a parlé plus haut, sensiblement perpendiculaire aux deux droites COD, C′OD′, en sorte que les perpendiculaires H, H′ doivent être regardées comme égales à OI et partant comme égales entre elles.

» Soient P la perpendiculaire abaissée du centre de l'ellipsoïde sur le plan

tangent en M, et D la longueur du demi-diamètre OD. On sait que le produit PDH est constant et égal au produit des trois demi-axes principaux. Donc, le long d'une ligne géodésique, ou d'une ligne de courbure, on a aussi PD = constante. C'est l'équation de M. Joachimsthal. Un calcul très-simple conduirait de même à notre équation : $\mu^2 \cos^2 i + \nu^2 \sin^2 i =$ constante.

» Ajoutons que, sans rien changer aux principes essentiels de la démonstration donnée ci-dessus de l'équation H = constante, on pourrait la présenter sous une forme encore plus concise peut-être, en s'appuyant sur l'égalité des angles que deux éléments consécutifs de la ligne géodésique font avec l'intersection des plans tangents à l'ellipsoïde menés par ces deux éléments, ce qui entraîne l'égalité des angles que la droite OI parallèle à l'intersection fait avec les diamètres COD, C′OD′ parallèles aux deux éléments : l'égalité des perpendiculaires abaissées du point I sur COD et C′OD′ en résulte immédiatement.

» Pour abréger, j'ai supprimé ici quelques détails sur lesquels je me propose de revenir dans un autre Recueil. »

PHYSIQUE. — *Sur de nouvelles relations entre l'électricité, la lumière et le magnétisme.* (Extrait d'une Lettre de M. **Faraday** à M. *Dumas*.)

« ... Si l'on fait passer la *ligne de force magnétique* engendrée par un puissant électro-aimant, ou par une hélice, à travers un corps transparent, parallèlement à un rayon lumineux polarisé qui traverse le même corps, le rayon lumineux polarisé éprouvera une rotation. Cet effet se produit dans tous les corps transparents liquides ou solides non doués de la double réfraction, mais à des degrés différents, suivant la nature des substances. J'y vois une action magnétique s'exerçant sur le rayon lumineux lui-même ; mais plusieurs de mes amis, qui, toutefois n'ont pas été à même de prendre en considération tous les faits de mon Mémoire, sont d'avis que ce phénomène ne prouve rien de tel. Ainsi, quoique mon opinion demeure la même, je reconnais volontiers qu'il se pourrait qu'elle fût erronée.

» Si le rayon lumineux éprouve la rotation à droite pour une certaine direction donnée de la force magnétique, ou du courant dans l'hélice, il l'éprouvera à gauche pour la direction contraire des forces magnétique ou électrique. Le sens de la rotation dépend essentiellement de la direction de ces forces, ce qui constitue la différence extraordinaire que je vais exposer entre cette rotation et celle que déterminent le quartz, le sucre, l'huile de térébenthine, etc.

» Placez côte à côte une certaine quantité d'eau, dans une hélice, et un tube contenant de l'huile de térébenthine. Si l'huile possède la rotation à droite, faites passer un courant électrique à travers une hélice, de manière à donner la rotation à droite, l'eau, dans le tube, acquerra le pouvoir rotatoire à droite, et les deux liquides posséderont le même mode d'action.

» Laissant maintenant les tubes, l'hélice et le courant dans l'état que nous venons d'indiquer, faisons passer le rayon polarisé en sens contraire, à travers les tubes, et plaçons-nous, pour observer, à l'extrémité opposée de ceux-ci, nous verrons encore *l'huile de térébenthine tourner le rayon vers la droite;* MAIS IL N'EN SERA PLUS DE MÊME DE L'EAU, elle tournera le rayon à gauche. La rotation est absolument liée à la direction du courant électrique qui se meut dans le circuit, et qui, vu par cette extrémité, passe à gauche.

» Si, au lieu d'eau, il y avait dans l'hélice de l'huile de térébenthine, et que le courant électrique fût assez intense pour produire sur le rayon lumineux une rotation égale à celle déterminée par l'huile, son pouvoir rotatoire, observé sur un rayon passant dans une certaine direction, paraîtra doublé, tandis que, examiné sur un rayon passant dans la direction contraire, il sera réduit à zéro.

» Ce fait est celui sur lequel j'appuie surtout mon opinion contre celle de mes amis, ou plutôt de quelques-uns d'entre eux.

» Voici maintenant mes résultats sur la condition magnétique de la matière. Je trouve que toute matière, sous la forme solide ou liquide (peut-être même sous la forme gazeuse), est affectée par l'aimant, mais non comme le serait le fer. Une substance magnétique à la façon du fer est attirée par l'aimant, et une portion de forme allongée d'une telle substance se place dans la direction des lignes de force magnétique; tandis qu'une substance qui n'est pas magnétique à la façon du fer est repoussée par l'aimant, et une portion allongée d'une telle substance prend la direction transversale aux lignes de force magnétique. L'eau, l'alcool, l'éther, l'huile, le bois, la chair, le sang et mille autres substances possèdent cette dernière relation magnétique; mais les meilleures sont peut-être le verre pesant, le phosphore, l'antimoine et le bismuth. Peut-être vous rappelez-vous que (il y a, je crois, à peu près trente ans) M. Lebaillif, de Paris, fit voir la répulsion d'un aimant par l'antimoine et le bismuth. J'ai mentionné ce fait d'une manière générale, et je l'ai cité dans mon Mémoire.

» Ayant désigné les substances qui ne sont pas magnétiques à la façon du fer sous le nom de *diamagnétiques,* j'ai conservé ce nom pour exprimer cet état magnétique nouveau, et, pour résumer, je puis dire que toute substance liquide ou solide exerce et subit une influence magnétique, étant de sa nature magnétique ou diamagnétique.

» De cette propriété et de son étude naissent une multitude de conditions curieuses pour lesquelles je suis obligé de vous renvoyer à mon Mémoire, que je vous ferai parvenir le plus tôt possible.

» Entre autres choses, j'ai constaté que tous les composés ordinaires de métaux magnétiques sont également magnétiques. Ainsi, ce ne sont pas seulement les oxydes de fer qui sont magnétiques, comme l'ont vu M. Becquerel et d'autres observateurs; mais tous les sels de fer le sont également, et toutes les dissolutions de ces sels, à un degré de concentration suffisant pour contre-balancer la force diamagnétique de l'eau ou de l'alcool employés comme dissolvants.

» En procédant de la sorte, j'ai pu constater que le cérium est un métal magnétique, car tous ses sels sont magnétiques, et qu'il en est de même pour le chrome et le manganèse. »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'un membre qui remplira, dans la Section d'Astronomie, la place laissée vacante par suite du décès de M. *de Cassini.*

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant de 55,

M. Le Verrier réunit 44 suffrages.
M. E. Bouvard. 9

Il y a deux billets blancs.

M. **Le Verrier**, ayant obtenu la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Sa nomination sera soumise à l'approbation du Roi.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

GÉOLOGIE. — *Nouvelle Note sur les phénomènes erratiques de la Scandinavie, au sujet de diverses remarques de* MM. Agassiz, E. Robert et Schimper; *par* M. **J. Durocher.**

(Commission précédemment nommée.)

« Les remarques qu'ont adressées plusieurs naturalistes au sujet de ma Note relative à *quelques faits dépendant du phénomène erratique de la Scandinavie* (voir les *Comptes rendus* de la séance du 25 novembre 1845), nécessitaient de ma part une réponse à laquelle des circonstances particulières m'ont obligé d'apporter un peu de retard; j'en profite pour réunir toutes les observations que j'ai à faire relativement aux remarques de MM. Agassiz, E. Robert et Schimper. Je commence par rappeler qu'aucun d'eux n'a démenti les faits contenus dans ma Note, et relatifs aux sulcatures des rochers scandinaves; seulement, MM. Agassiz et Schimper les ont envisagés de manières différentes, et ont tâché de les mettre en harmonie avec la théorie glaciaire. Il me suffira donc de montrer combien est peu fidèle l'interprétation que l'on a faite de mes observations, de protester contre les assertions inexactes que l'on m'a prêtées, et dont on s'est fait une arme pour combattre mes conclusions.

» Dans ma Note précédente, j'ai cité comme exemple de sulcatures inexplicables dans la théorie glaciaire, l'existence de *sillons et canaux sinueux bifurqués*, etc., dont les parois sont striées. M. Agassiz avoue que ces sillons ont été creusés par l'eau, mais par *les courants d'eau qui serpentent sous les glaciers*, et il considère les stries fines dont sont revêtues leurs parois comme ayant été creusées par des glaciers. Le plus léger coup d'œil jeté sur de pareils sillons ou canaux, quelquefois profonds de 2 mètres, suffit pour reconnaître l'impossibilité que des courants d'eau ordinaires, tels que ceux dont parle M. Agassiz, provenant soit de la fonte estivale des glaciers, soit de l'eau pluviale, aient pu creuser de telles érosions sur des roches dures comme le granite, la syénite, le diorite, etc. La marche des courants d'eau ordinaires est déterminée invariablement par l'action de la pesanteur, ils descendent le long des pentes des surfaces où ils coulent; or, l'un des caractères les plus frappants des sillons dont j'ai parlé, c'est de présenter une allure presque toujours contraire à celle qu'ils prendraient sous l'action de la pesanteur, allure qui implique nécessairement l'existence d'une force motrice ou

d'une vitesse acquise supérieure à la gravité, et agissant dans un sens perpendiculaire à celle-ci. Comme on le voit sur les figures jointes à une Notice concernant le même sujet, présentée à la Société géologique le 1er décembre 1845, les sillons ou canaux que j'ai décrits, malgré leurs ondulations, suivent une même direction générale identique à celle des stries, serpentent non-seulement à la partie supérieure, mais aussi sur les flancs des rochers, remontent le long des surfaces inclinées et en sens contraire de la pesanteur; souvent ils s'arrêtent brusquement en atteignant une paroi rugueuse et abrupte, située du côté opposé à celui d'où venait l'agent d'érosion, et qui formait, dans le phénomène erratique du Nord, *le côté abrité ou préservé* (*lee seite*). En un mot, dans leur allure et leur manière d'être, ils présentent des caractères spéciaux qui leur sont communs à eux et aux stries, et qui les rattachent forcément à un même agent; et si l'on admet, comme MM. Agassiz et Schimper, que ces sillons n'ont pas été produits par des glaciers, on est forcé de convenir qu'ils sont le résultat de courants d'une grande vitesse.

» D'ailleurs, il me paraît impossible de concevoir comment des glaciers auraient pu, d'après la manière de voir de M. Agassiz, pénétrer à l'intérieur de canaux qui ont jusqu'à 2 et 3 mètres de profondeur, et seulement 30 à 35 centimètres de largeur, qui sont quelquefois plus étroits en haut qu'en bas, comment ils auraient pu en strier les parois. Je puis encore citer comme exemple de sulcatures que n'ont pu creuser des glaciers, les sillons et les stries que l'on voit à *Skarholm*, près *Krageröe* (Norwége), s'élever de bas en haut dans un plan vertical, sur une paroi surplombante inclinée de 67 degrés à l'horizon. On ne peut supposer qu'un glacier ait eu un mouvement vertical de bas en haut; d'un autre côté, les stries n'ont pu être produites par une chute des glaciers de haut en bas le long de cette paroi, puisqu'elle est surplombante; et un glacier qui se serait mû horizontalement le long de cette paroi (ce qui est le seul cas possible) y aurait tracé des stries allongées dans le sens horizontal, au lieu d'être disposées verticalement.

» Les objections et la manière de voir de M. Schimper diffèrent en quelques points de celles de M. Agassiz; il reconnaît que les sulcatures des îles et du littoral de la Suède et de la Norwége ont été produites par *l'action de l'eau*, sans s'expliquer sur la manière dont il conçoit cette action; mais la partie essentielle de ses remarques me paraît consister dans une distinction fondamentale qu'il prétend exister entre les sulcatures des bords de la mer et celles de l'intérieur. Suivant l'opinion de ce botaniste, les premières, *produites par l'action de l'eau*, sont *irrégulières*, *inégales*, *anastomosées*, *s'effaçant à chaque instant*, etc., tandis que les autres, *censées produites*

par des glaciers, sont des *lignes droites, simples, fortement burinées,* etc. Une pareille distinction n'a jusqu'à ce jour été observée que par M. Schimper, et l'on sera sans doute étonné que tant de savants qui habitent ou qui ont visité le nord de l'Europe, que M. Brongniart, l'un des premiers qui ait appelé l'attention sur ce phénomène, que M. Selfström, qui a étudié les caractères des sulcatures sur une grande partie de la Suède, que M. Bothling, qui les a observées en Finlande, MM. Keilhau et Scheerer en Norwége, que MM. Berzelius, Mosander, Langberg, Forchammer, Beck, Daubrée, Murchison, de Verneuil et tant d'autres savants n'aient pas aperçu une différence aussi essentielle, et soient tombés dans la même méprise que moi, en ne distinguant pas en deux classes les stries du littoral et celles de l'intérieur des terres. J'ai étudié les sulcatures du phénomène erratique, dans le cours de différents voyages en Laponie, sur une grande partie de la Finlande, de la Suède et de la Norwége, près et loin de la mer, même au milieu des montagnes les plus élevées de la Norwége, non-seulement dans la plupart des lieux cités par M. Schimper, sur le Miosen, le Guldbrandsdal, le Dovre, le Romsdalen, etc., mais aussi sur le Fillefield, le Langfield, l'Iotungfield, etc., sur les montagnes des environs de Röraas, d'Areskuttan, sur celles faisant la séparation de la Norwége et de la Suède, etc., dans beaucoup d'autres vallées et montagnes; et j'avoue que, comme les illustres savants cités plus haut, je n'ai point reconnu qu'il faille établir une séparation fondamentale entre les stries du littoral et celles de l'intérieur. J'ai observé en une foule d'endroits près de la mer des sulcatures aussi régulières et continues, aussi fortement et nettement tracées qu'à l'intérieur, ayant aussi plusieurs mètres de longueur; la seule différence qui existe entre les unes et les autres, c'est que les larges sillons qui accompagnent les stries fines sur les îles et le littoral du midi de la Suède et de la Norwége présentent quelquefois des courbures arrondies et des caractères d'ondulation ou de bifurcation un peu plus fortement prononcés qu'à l'intérieur de ces contrées; or, j'ai expliqué ces caractères dans une Notice présentée à la Société géologique le 1er décembre 1845, et qui est actuellement sous presse, en exposant que les mouvements tumultueux produits dans la mer par l'arrivée de grandes masses d'eau et de débris auront pu donner lieu à des ondulations ou même à quelques irrégularités locales dans la marche des appareils sulcateurs. Mais il n'en résulte pas dans les caractères des sulcatures de différence assez essentielle pour que l'on puisse en conclure que les agents qui ont buriné les rochers des régions centrales et ceux des rivages étaient de natures entièrement différentes. Les caractères vraiment essentiels dans les sulcatures, ce sont leur direction, leur inclinaison à l'horizon

sur des parois escarpées, leur allure presque indépendante de l'action de la pesanteur et le caractère remarquable de leur disparition en arrivant du côté abrité; or, ces caractères si précis se montrent les mêmes près de la mer et à l'intérieur du pays; en suivant leur direction, on peut voir les sillons et les stries se prolonger, sans changer de nature, des bords de la mer jusque dans les régions montagneuses.

» Pour ce qui concerne les dépôts grossièrement stratifiés de sables, de graviers et de cailloux que l'on trouve sur les plateaux ou plaines de la Dalécarlie, de l'Helsinglande, etc., et aussi dans le midi de la Suède, dans la Norwége, la Laponie et la Finlande, dépôts que MM. Schimper et Agassiz considèrent comme des alternances de moraines glaciaires et de couches sableuses formées par l'eau qui s'écoule des glaciers en entraînant avec elle du sable et des graviers; quiconque a étudié les dépôts des glaciers et ceux qui se forment au sein des eaux rejettera immédiatement une pareille explication. Si l'on examine, en effet, les sédiments que déposent les courants d'eau provenant de la fonte annuelle de glaciers même aussi considérables que ceux du Mont-Blanc, du Mont-Rose, etc., c'est-à-dire de montagnes s'élevant jusqu'à 2000 mètres au-dessus de la limite des neiges perpétuelles, on ne peut comprendre comment des glaciers qui se seraient formés dans un pays dont la surface constitue un plateau ondulé, où les montagnes ont une élévation peu considérable, inférieure à 400 mètres pour toute la Finlande, une grande partie de la Suède et de la Laponie, où elles ne présentent ni gorges profondes, ni vallées longues et encaissées telles qu'on en voit dans les Alpes; comment des glaciers aussi peu puissants, n'ayant pas, pour s'alimenter, d'énormes masses de neige comme celles qui couvrent les hautes sommités alpines, auraient pu, par leur fusion estivale, produire des courants d'eau assez considérables pour former ces immenses et épais dépôts qui couvrent des plaines de plusieurs lieues de largeur. D'ailleurs, les dépôts des courants que produit la fonte journalière des glaciers présentent ce caractère essentiel, d'être limités aux parties basses du terrain, à celles où coulent les eaux, et d'être subordonnés à la disposition des pentes; de même les moraines des glaciers, au lieu d'être répandues horizontalement et d'une manière uniforme sur de grandes étendues de pays, présentent une extension très-circonscrite et tout à fait inégale, en rapport avec la marche progressive ou rétrogressive des glaciers; tandis que les dépôts erratiques et grossièrement stratifiés de la Scandinavie s'étendent, en présentant une allure un peu ondulée, sur d'immenses surfaces; ils n'ont pas seulement rempli le fond de quelques vallées, mais ils ont nivelé une partie des inégalités du sol scandinave, et ont formé

ainsi de vastes plaines dont l'horizontalité me paraît incompatible avec les actions glaciaires. Des dépôts de ce genre n'ont pu être formés que par de grandes nappes d'eau, d'autant plus que les cailloux ou fragments de roches qu'ils renferment sont, en général, beaucoup moins abondants que dans les moraines, sont enveloppés d'une grande masse de sable et de graviers, et sont habituellement arrondis ou usés sur les angles.

» M. Schimper m'a encore objecté que les blocs du dépôt erratique n'ont pu être transportés par l'eau, vu leurs grandes dimensions et leurs angles intacts; je répondrai d'abord que, parmi ces blocs, une partie de ceux qui se trouvent à la surface du dépôt, et principalement ceux qui sont à l'intérieur, ont leurs arêtes émoussées et sont souvent même arrondis. On en voit, il est vrai, de gigantesques qui sont tout à fait anguleux; mais pour ceux-là, je renverrai M. Schimper à un Mémoire que j'ai présenté à l'Académie des Sciences en 1840 (1), ou bien au beau Rapport de M. Élie de Beaumont sur ce Mémoire (2); il y verra que j'explique le transport de ces blocs à de grandes distances, non par de l'eau liquide, mais par des glaces flottantes; et il me paraît au moins aussi simple et aussi rationnel de leur faire traverser ainsi la Baltique, ou les grands lacs de la Scandinavie, que sur le dos d'immenses glaciers.

» J'arrive maintenant à une assertion qui m'a été prêtée par M. Agassiz et que je ne puis laisser passer sous silence : j'ai dit que les glaciers n'usent et ne polissent que par leur surface inférieure, et j'appelle surface inférieure d'un glacier celle qui est tournée vers le bas, par opposition à la surface supérieure qui est tournée vers le ciel; car un glacier n'est autre chose qu'une masse terminée par deux surfaces courbes. J'admets sans difficulté que les glaciers peuvent polir et strier sur toute l'étendue de leur surface inférieure, et par conséquent qu'ils ont pu buriner le flanc des vallées; j'ai moi-même remarqué, dans un voyage fait en 1840, sur le bord du glacier de l'Aar, des stries qui m'ont paru avoir été creusées par ce glacier sur le côté gauche de la vallée; j'ai mentionné ce fait dans un Mémoire présenté à l'Académie des Sciences le 3 avril 1843 (3), et qui fait partie de la publication des *Voyages en Scandinavie* (4). Je profite de cette occasion pour montrer que je n'ai ja-

---

(1) *Voir* les *Voyages en Scandinavie*, etc.; *Géologie*, tome Ier, pages 133 et suivantes, par J. Durocher (Arthus Bertrand, éditeur).

(2) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, séance du 17 janvier 1842.

(3) *Voir* les *Comptes rendus de l'Académie*, tome XVI, page 662 (séance du 3 avril 1843).

(4) *Voyages en Scandinavie*, etc.; *Géographie physique*, tome Ier, 2e partie, page 402.

mais dénié aux glaciers le pouvoir de polir et de rayer leur fond ; mais je n'ai pas vu d'exemple de sulcatures produites par des glaciers sur des parois surplombantes faisant voûte au-dessus de leur surface supérieure ; or, sur les parois en surplomb que j'ai observées en Scandinavie, il y a non-seulement des stries fines, comme pourraient en produire, ainsi que le conçoit M. Agassiz, des fragments de roches gisant à la surface des glaciers, mais il y a aussi des sillons cylindroïdes plus ou moins ondulés, larges et profonds de quelques pouces.

» En résumé, les observations que j'ai présentées concernant les sulcatures et les dépôts de détritus de la Scandinavie, et les conclusions que j'en ai déduites ne sont aucunement infirmées par les remarques de M. Agassiz, ni par celles de M. Schimper ; car j'ai fait voir que l'appareil sulcateur possédait les propriétés de corps fluides et que les dépôts de transport de la Scandinavie offrent les mêmes caractères essentiels que les sédiments aqueux ; et quand bien même, parmi les effets qu'a laissés ce phénomène, il en est qui ont quelque chose de commun avec ceux que produisent les glaciers, cette analogie en quelques points ne peut altérer la rigueur de mon raisonnement.

» Sans entrer dans de plus grands détails sur un sujet que je dois bientôt traiter plus amplement, je rappellerai que la comparaison des phénomènes erratiques dans les Alpes, les Vosges, les Pyrénées et la Scandinavie, qui fait l'objet d'une partie d'un long Mémoire présenté à l'Académie des Sciences il y a bientôt trois ans (1), m'a conduit à faire voir que la théorie glaciaire présente de grandes difficultés dans les montagnes du centre de l'Europe, et que, dans le nord de notre continent, le rôle que l'on voudrait faire jouer aux glaciers est tout à fait inadmissible.

» Je dois ajouter une observation sans laquelle les débats, suscités depuis quelques années par l'étude des phénomènes erratiques et des glaciers, présenteraient quelque chose d'inexplicable ; sans laquelle on ne comprendrait pas pourquoi les géologues ne peuvent tomber d'accord même sur des questions de faits, indépendamment de leur interprétation théorique. L'argumentation employée par les géologues de l'école suisse s'appuie sur une base vicieuse ou, du moins, tout à fait hypothétique : dans les Alpes, le phénomène erratique s'est étendu, sur le flanc des montagnes, jusqu'à la zone des névés : c'est aussi dans cette zone que les glaciers prennent naissance et commencent

---

(1) *Voyages en Scandinavie*, etc. ; *Géographie physique*, tome Ier, 2e partie, pages 349 à 408.

à affecter leurs caractères distinctifs. Ce sont deux phénomènes, l'un actuel, l'autre passé, dont nous voyons les effets sur le même théâtre; or, ces effets possèdent certains caractères d'analogie, savoir des traces de polissage et des sulcatures. Les géologues de l'école suisse, observant sous les glaciers des surfaces polies et burinées, sont naturellement conduits à les considérer comme produites par l'action des glaciers; mais, par extension, ils regardent aussi comme tels les effets du même genre qu'ils voient autour des glaciers, à côté d'eux, à des niveaux plus élevés et plus bas, effets qui se prolongent le long des vallées alpines, et s'étendent jusque sur le Jura. En donnant à tous ces effets le nom de *polis de glaciers, stries de glaciers,* etc., en supposant ainsi implicitement leurs caractères inhérents aux effets des glaciers, ils s'attribuent comme argument le résultat d'une hypothèse toute gratuite et se font une position commode en même temps qu'avantageuse pour combattre les personnes qui ne partagent pas leur manière de voir. Mais l'assimilation du phénomène ancien au phénomène des glaciers actuels, le passage de l'un à l'autre sont cependant loin d'être démontrés : la superposition de deux effets du même genre sur les mêmes lieux n'implique pas nécessairement leur connexion ni l'identité des causes qui les ont produits. Ce qui, dans les Alpes, rend plus apparente et plus trompeuse une ressemblance que je ne conteste pas, et peut-être même en certains endroits une espèce de fusion entre les érosions anciennes et les traces d'usure des glaciers actuels, c'est qu'en général leur direction est à peu près la même; les glaciers occupent aujourd'hui la partie supérieure des hautes vallées, et les stries anciennes partent des massifs rocheux qui les bordent; elles ont été creusées par des appareils qui ont aussi rempli ces vallées, et jusqu'à une bien plus grande élévation que ne les remplissent les glaciers de notre époque. Mais il n'en résulte pas que l'on doive ni que l'on puisse rigoureusement attribuer à des glaciers toutes les sulcatures qui se trouvent dans leur voisinage, et partant de là, en déduire que toutes les érosions du même genre, observées en d'autres pays, en Angleterre, en Écosse, en Irlande et en Scandinavie, démontrent l'existence ancienne de vastes glaciers dans ces contrées. Pendant mon dernier voyage en Norwége, j'ai eu le bonheur de rencontrer des glaciers qui sont aujourd'hui en voie rétrograde et qui ont laissé à nu, sur une longueur de 600 à 700 mètres, des espaces qu'ils ont recouverts à des époques historiques. L'étude que j'en ai faite, et dont j'aurai l'honneur d'exposer les principaux résultats à l'Académie, m'a permis de distinguer très-nettement les effets produits par ces glaciers des érosions anciennes, et j'ai reconnu que là

il n'y a point de passage des uns aux autres, et qu'ils appartiennent à deux phénomènes distincts.

» Quant aux remarques présentées par M. E. Robert, je ferai observer que les sulcatures scandinaves ne peuvent pas être attribuées à l'action de la mer dans un état de repos tel que celui où elle est aujourd'hui ; parmi les caractères de ces érosions, de même que quelques-uns d'entre eux sont analogues aux effets glaciaires, de même il en est aussi de semblables à certains effets que peuvent produire les vagues de la mer, soit par un mouvement de flux et de reflux, soit par l'agitation qu'occasionnent les tempêtes; et sous ce rapport, les observations de M. E. Robert sont fort justes. Ainsi, certaines cavités arrondies, mamelonnées, en forme de marmite, telles que les pots de géants, sont produites par de l'eau qui tournoie violemment en entraînant avec elle des graviers et des cailloux; ils peuvent donc se former sur les rivages de la mer actuelle, et, comme M. E. Robert, j'en ai observé sur les côtes de la Scandinavie qui peuvent avoir cette origine. Néanmoins ils se forment bien plus fréquemment vers le pied des cascades ou des rapides que présente le cours des torrents, et l'on a très-souvent l'occasion d'en voir dans les fleuves ou rivières de la Scandinavie. Mais, dans le phénomène erratique de cette contrée, phénomène si vaste et si remarquable par la diversité de ces effets, ce n'est pas par l'observation de caractères accessoires ou secondaires, ce n'est pas en saisissant des traits d'analogie communs à des agents d'espèces différentes que l'on peut arriver à des notions précises sur la nature de la cause première; mais c'est en étudiant l'ensemble des caractères essentiels et des différences spécifiques qui peuvent le distinguer des autres phénomènes naturels. Or, en Finlande, dans le midi de la Suède et de la Norwége, les sulcatures viennent de l'intérieur des terres du nord, du nord-ouest et nord-est; on n'en voit pas ordinairement sur le côté exposé à l'action de la mer, côté qui est abrupte et rugueux ; d'ailleurs le parallélisme général des sulcatures sur les rochers d'une même région, de quelque manière que leur surface soit orientée ou exposée à l'action des eaux marines, la continuité qu'elles offrent depuis les hautes régions jusqu'aux rivages actuels, enfin l'absence de semblables érosions sur les rochers granitiques qui, dans d'autres contrées de l'Europe, sont aujourd'hui baignés ou l'ont été autrefois par la mer, toutes ces circonstances me paraissent être peu favorables à la manière de voir de M. E. Robert. »

CHIMIE. — *Nouveau composé de brome et de bore, ou acide bromoborique et bromoborate d'ammoniaque; par* M. **Poggiale**. (Extrait.)

(Commissaires MM. Dumas, Regnault, Balard.)

« J'ai préparé l'acide bromoborique en faisant arriver des vapeurs de brome pur dans un mélange d'acide borique nitrifié et de charbon chauffé au rouge. L'appareil dont je me suis servi dans cette expérience est à peu près semblable à celui que MM. Œrstedt et Dumas ont employé pour les acides chlorosilicique et chloroborique. Il est formé d'un tube de porcelaine auquel on adapte, d'un côté, une petite cornue contenant le brome, et, de l'autre, une allonge munie d'un tube propre à recueillir les gaz. Le mélange de charbon et d'acide borique étant introduit dans le tube, on chauffe pendant une demi-heure au moins, afin de chasser la vapeur aqueuse qui reste dans le mélange, on volatilise peu à peu le brome et on recueille le gaz sur le mercure qui absorbe l'excès de brome.

» J'ai mis à profit, pour la préparation de ce gaz, toutes les précautions que M. Dumas a indiquées pour l'acide chloroborique, afin d'éviter la formation d'une trop grande quantité d'acide bromhydrique. Ainsi, il est nécessaire de changer le tube recourbé, parce qu'il est facilement obstrué par le bromure de mercure et par l'acide borique qui ne tarde pas à tapisser l'allonge et à passer en partie dans le tube.

» Quand on fait l'expérience avec beaucoup de soin, les premières portions de gaz contiennent sensiblement 3 volumes d'oxyde de carbone et 2 volumes d'acide bromoborique, mais on y rencontre le plus souvent de l'acide bromhydrique produit par l'eau des bouchons. Ces résultats sont constatés par plusieurs expériences insérées dans mon Mémoire.

» J'ai essayé d'obtenir l'acide bromoborique en faisant arriver du brome dans un tube de verre contenant du bore et chauffé à l'aide d'une lampe, mais je n'ai jamais pu obtenir, par ce procédé, que de faibles quantités de gaz. Cela tient peut-être à ce que j'ai opéré sur du bore fortement chauffé.

» Je pensais pouvoir préparer l'acide bromoborique pur en faisant arriver du brome sur le borure de fer obtenu, en précipitant le sulfate de sesquioxyde de fer neutre par le borate de soude et en traitant le borate de fer au rouge blanc par le gaz hydrogène; mais la substance obtenue, qui était d'un blanc argentin, n'a donné que du bromure de fer. Cette expérience m'a engagé à examiner avec soin le produit de l'action de l'hydrogène sur le borate de fer.

Pour cela, je l'ai fait bouillir dans l'eau et, après avoir évaporé la dissolution, j'ai obtenu de l'acide borique; il est resté du fer pur. Traité par l'acide sulfurique étendu de la moitié de son poids d'eau, il s'est formé du gaz hydrogène, et j'ai remarqué dans la liqueur une substance blanche qui était de l'acide borique. Ces expériences semblent prouver que le borate de fer se décompose, par l'action de l'hydrogène, en fer et en acide borique.

» L'acide bromoborique est gazeux et incolore; il a une odeur très-piquante et une saveur très-acide, analogues à celles de l'acide chlorhydrique; il rougit fortement le papier de tournesol; il éteint les corps en combustion et répand des vapeurs blanches au contact de l'air.

» La chaleur ne le décompose pas.

» Ce gaz a pour l'eau la même affinité que l'acide chloroborique. Si l'on évapore la dissolution, on obtient un résidu d'acide borique, et il se dégage de l'acide bromhydrique. Ainsi, l'acide bromoborique décompose l'eau comme les acides chloroborique et fluoborique.

» Si, après avoir fait passer de l'eau dans une éprouvette pleine de ce gaz, on l'agite pendant quelques instants, la portion qui n'est pas absorbée brûle avec une flamme bleue; mais si, au contraire, on l'enflamme immédiatement, sans attendre que les vapeurs blanches se déposent ou se dissolvent dans l'eau, on remarque que le gaz brûle avec *une flamme verte* nuancée de bleu. La couleur verte est évidemment due à la présence de l'acide borique dans les vapeurs blanches. Ce caractère peut être employé avec avantage pour distinguer les acides bromoborique, chloroborique et fluoborique des gaz qui répandent des vapeurs blanches à l'air.

» Quand on introduit quelques bulles de chlore sec dans une éprouvette contenant de l'acide bromoborique, à l'instant même apparaissent des vapeurs rutilantes de brome.

» La densité de ce gaz, déterminée par le calcul, est égale à 8,4643.

» L'acide bromoborique, donnant avec l'eau des acides borique et bromhydrique, doit être formé de 1 volume de bore et de 3 volumes de vapeur de brome :

3 volumes de brome	16,1799
1 volume de bore..................	0,7487
2 volumes d'acide bromoborique.....	16,9286
1 volume d'acide borique	8,4643

d'où la formule

$$B\,Br^3.$$

» On peut aussi déterminer la composition de l'acide bromoborique en

comparant les proportions d'oxyde de carbone et d'acide bromoborique fournies par le charbon, l'acide borique et le brome, comme l'a fait M. Dumas pour l'acide chloroborique.

» *Bromoborate d'ammoniaque.* — Si l'on mêle 1 volume d'acide bromoborique avec un volume et demi de gaz ammoniac, on obtient un sel blanc, pulvérulent, volatil et d'une saveur piquante. Il est soluble dans l'eau qui le décompose en bromhydrate et borate d'ammoniaque. »

HYDRAULIQUE. — *Mémoire sur quelques applications de l'hydraulique à la circulation; par* M. GUETTET. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Serres, Poncelet, Milne Edwards.)

« L'application que j'ai faite des lois du mouvement des liquides dans des tubes de conduite se rapporte particulièrement aux effets dynamiques de la circulation dans les gros troncs sus-aortiques. D'après une étude de la disposition anatomique des parties, disposition que j'ai retracée avec des mesures exactes sur une des planches qui accompagnent le présent Mémoire, j'ai apprécié les effets comparatifs qui ont lieu dans les points de la conduite circulatoire sous la triple influence des actions hydrauliques pures, des modifications physiologiques et pathologiques, et des conditions artificielles que la thérapeutique chirurgicale y apporte quelquefois.

» Sous forme de Note, enfin, j'ai exposé des idées d'ensemble sur la manière dont le système circulatoire doit être considéré dans son entier effet au point de vue hydraulique. De plus, je me suis occupé de déterminer le chiffre de la vitesse absolue du sang dans les artères, terme moyen, et de sa vitesse pendant la systole. J'estime la vitesse artérielle, terme moyen entre la systole et la diastole, et, terme moyen entre les capillaires et les gros troncs, à $0^{m},50$ par seconde. Si la systole durait toute une seconde, avec la vitesse qui lui est propre, elle ferait faire au sang, pendant cette seconde, environ $0^{m},70$, terme moyen encore entre ce qui est dû aux capillaires et aux gros troncs. On arrive à ce même chiffre, en basant le calcul sur des données de nature différente, c'est-à-dire soit qu'on mesure les espaces parcourus par les réactifs chimiques ou physiologiques des expériences de M. Héring et de M. Blacque, soit qu'on détermine la vitesse par la longueur du cylindre liquide qui traverse la section de l'aorte lors de la contraction ventriculaire. »

M. **Fraysse** adresse, de Privaz, le tableau des *observations météorologiques* faites dans cette ville pendant le mois de décembre 1845.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

M. **Mulot** soumet au jugement de l'Académie un Mémoire sur la préparation d'*extraits aromatiques* de diverses plantes potagères.

(Commissaires, MM. Dutrochet, Boussingault.)

M. **Plantier** prie l'Académie de se faire rendre compte d'un nouveau système de *sténographie* dont il est l'inventeur.

(Commissaires, MM. Mauvais, Francœur.)

M. **Didier** adresse une rédaction plus développée d'une Note qu'il avait précédemment présentée sous le titre de *Nouveau système de prothèse dentaire.*

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Intérieur**, en réponse à une demande qui lui avait été adressée par M. *Ch. Dupin*, alors président de l'Académie, annonce qu'il a ordonné l'exécution d'un buste en marbre de feu M. *de Prony*, destiné à l'Institut.

PHYSIOLOGIE. — *Sur les fonctions du thymus.* [Lettre adressée, en date du 20 décembre 1845, par M. **Ripault**, à l'occasion du Rapport verbal fait par M. *Flourens*, sur un travail de M. *Simon* (1).]

« La lecture du Rapport de M. Flourens, dit M. Ripault, me conduit à soumettre à l'Académie divers rapprochements qui peuvent s'établir entre le travail du professeur anglais et quelques Notes publiées par moi, il y a plus de cinq années, sur le même sujet.

» On lit, dans ce Rapport, les phrases suivantes :

« La fonction du thymus paraît n'être autre chose qu'une séquestration

---

(1) *Voir* les *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*; tome XX, n° 24, 16 juin 1845, pages 1739 et suivantes.

» organisatrice des matières nutritives, action qui aurait une analogie intime
» avec la formation ordinaire de la graisse.

» .... *Cette séquestration.... doit avoir quelque rapport avec la fonc-*
» *tion respiratoire;* et, ce qui me porte à y voir une accumulation de ma-
» tériaux destinés à la *combustion,* c'est que la séquestration n'a lieu que
» dans ces époques de la vie (l'enfance), ou dans les espèces (les animaux
» hivernants) où il n'y a aucune activité des muscles, aucune dissipation
» des éléments chimiques du corps, aucune dépense considérable de ma-
» tière oxydable pour la respiration.... ».

» De mon côté, dans l'opuscule (1) que j'ai fait paraître en 1840, je
retrouve les passages qui suivent :

» Page 24, à l'article *Essai sur les fonctions du thymus,* « .... C'est au
» point qu'envisagé à l'extérieur (je parle du thymus disséqué avec quelque
» soin sur plusieurs fœtus que j'ai fait voir à l'Académie des Sciences de
» Dijon, à différentes reprises, notamment dans la séance du 29 avril 1840),
» et qu'après un examen superficiel, on aurait volontiers pensé que l'on
» avait à faire aux lobes pulmonaires mêmes, tandis que ces derniers étaient
» comme cachés et profondément maintenus dans la cavité du thorax,
» doucement comprimés par le thymus. Cet organe semblait remplir, à leur
» égard, l'office d'un coussin au-dessous duquel ils n'éprouvaient point de
» pression incommode et trop forte; ils paraissaient, au contraire, ressentir
» l'influence modératrice de ce même corps, dont l'absence ne manquerait
» pas, sans doute, de provoquer de la part des poumons *une extension*
» *trop prompte,* peut-être même précipitée, à cause de la légèreté de leur
» parenchyme vasculaire et vésiculaire, bien qu'il soit alors fort condensé et
» plus ramassé qu'après la naissance....

» Je fus donc ainsi conduit, par des observations réitérées, jointes aux
» réflexions qu'elles m'avaient suggérées, à croire que le thymus pouvait bien
» n'être qu'un organe protecteur pour les deux poumons, pendant le délai
» voulu par la nature. »

» Page 25, je dis : « C'est donc pour les poumons que le thymus semble
» avoir été placé là tout exprès (partie antérieure et supérieure du thorax);
» c'est, en un mot, pour modérer la tendance que les organes de la respira-
» tion, depuis la trachée jusqu'aux lobes pulmonaires surtout, auraient à

---

(1) J'ai l'honneur de présenter à l'Académie des Sciences cet opuscule, intitulé : *Rapport et observations sur différents sujets de Chirurgie, de Physiologie, etc.;* in-8° de 38 pages, avec une planche. Dijon, septembre 1840.

» s'étendre et à se boursoufler, malgré la petite quantité de sang que les
» poumons reçoivent à cette époque, et malgré les moyens qu'a pris la
» nature pour éviter de les faire participer à une trop vive ou une trop forte
» circulation. »

» Page 27, j'ajoute : « Nous ne craignons point de le répéter, les poumons
» trouveraient, dans la composition de leur tissu et dans leur structure
» même, la cause d'un trop prompt accroissement, si la nature ne leur avait
» pas ménagé *une sorte de régulateur,* pendant une époque déterminée,
» même après la naissance. La souplesse du thymus, son élasticité, la
» mollesse de son tissu, ses lobules multipliés comme autant de mailles
» extensibles, l'humeur même qui est renfermée dans ses lacunes, tout le
» fait concourir au but que nous signalons.... »

» Les passages précédents, textuellement extraits de la brochure que j'ai, de nouveau, l'honneur d'offrir à l'Académie des Sciences, ne prouvent-ils pas que dans la manière dont j'ai envisagé les fonctions du thymus, j'ai suivi à peu près M. Simon dans ses inspirations physiologiques, que j'ai saisi et embrassé le même ordre d'idées, en dernière analyse, que ce savant professeur? Je suis bien éloigné de tirer le moindre avantage du mérite de l'invention; il a eu le jugement qui perfectionne les recherches, et le talent de leur donner le crédit qui en élève l'importance et en sanctionne la valeur. Du reste, je me crois autorisé à trouver, dans la confirmation des faits produits par l'anatomiste anglais, un motif suffisant pour fixer dorénavant les esprits sur un sujet où l'on ne voyait, depuis longtemps, surgir que des propositions assez hypothétiques. »

« A l'occasion de cette communication, M. **Flourens** dit qu'il a lu, avec attention, le Mémoire intéressant de M. Ripault, et qu'il trouve, en effet, un rapport général entre la manière de voir de cet auteur et celle de M. Simon, attendu que toutes les deux s'accordent à supposer une certaine dépendance entre les fonctions des poumons et celles du thymus.

» Mais il ajoute que ces deux opinions diffèrent dans le détail, et qu'il faut tenir compte de ces différences à cause de l'importance même de la question.

» Ainsi, selon M. Ripault, le rôle du thymus est particulièrement mécanique ; il sert à *modérer l'extension du poumon,* il forme une *sorte de régulateur* relativement à ce développement, et cette action a lieu pendant l'état fœtal, etc.

» Selon M. Simon, la fonction du thymus « n'est autre chose qu'une
» séquestration organisatrice des matières nutritives, laquelle serait ana-

» logue à la formation de la graisse (1); et cette fonction répond non à la
» vie fœtale, mais à la première période de l'enfance, époque où le thymus
» prend tout son développement, etc. (2) »

» M. Flourens rappelle enfin qu'une partie essentielle du travail de M. Simon, et dont jusqu'ici le mérite lui reste propre, consiste dans les belles recherches d'anatomie comparée qui l'ont conduit à découvrir le thymus dans les Marsupiaux où il avait été nié, et à le bien faire connaître dans les oiseaux et les reptiles où il n'avait été que très-peu étudié encore. »

M. **Augustin Cauchy** présente à l'Académie, de la part de M. l'abbé **Tortolini**, professeur de mathématiques transcendantes au collége de la Sapience, à Rome :

1°. Un Mémoire intitulé : *Nouvelles applications du calcul intégral, relatives à la quadrature des surfaces courbes et aux cubatures des solides ;*

2°. Une *Note sur la rectification de plusieurs courbes planes ;*

3°. Une *Note sur différentes propriétés des courbes planes du quatrième ordre.*

PHYSIOLOGIE. — *Sur le mode de formation de la bile, et sur le rôle que jouent les vésicules épithéliales dans cette sécrétion, dans celle du sperme, des œufs, etc.* (Lettre de M. **Lereboullet**.)

« M. Gros a présenté à l'Académie, dans la séance du 5 janvier 1846, un travail sur la sécrétion du lait, travail dans lequel on lit que : « les vési-
» cules butyreuses se produisent sur la paroi interne des utricules mam-
» maires qui, dans la période de lactation, se vésiculisent à la manière
» des ovaires, crèvent et versent leur contenu, avec la granulation et les
» vésicules butyreuses dans les méats lactifères. »

» Occupé en ce moment d'un travail sur les sécrétions, et désirant, avant tout, éviter le reproche de m'être approprié les idées d'autrui, j'ai l'honneur de rappeler à l'Académie que, dans un travail sur la Ligidie, lu dans la séance du 29 mai 1843, et imprimé dans les *Annales des Sciences naturelles,* je parle déjà d'un mode analogue de formation de la bile dans ce petit crustacé, et en général dans les crustacés de la famille des Cloportides à laquelle il appartient.

» Dans un autre Mémoire sur les Cloportides, présenté à l'Académie dans sa séance du 10 février 1845, et dont un extrait a été inséré dans les *Comptes*

(1) *Voyez* les *Comptes rendus,* tome XX, page 1740.

(2) *Voyez* les *Comptes rendus,* tome XX, pages 1739 et 1740.

rendus (t. XX, p..345), je décris la disposition des cellules épithéliales, leur végétation à la surface interne des utricules biliaires, et leur séparation de la paroi de ces utricules. Je demanderai la permission de citer quelques lignes de cet extrait :

« Il paraît donc démontré que, dans les Cloportides, la bile est préparée » par des cellules épithéliales qui se développent à la surface interne de la » membrane utriculaire, et s'en détachent, quand elles sont mûres, pour » être charriées dans l'intérieur du tube et portées dans le canal alimentaire. » Le liquide biliaire suinte sans doute à travers les parois des cellules qui » le renferment, ou s'épanche au dehors par suite de la rupture de ces cel- » lules. » (T. XX, p. 347.)

» La sécrétion biliaire et la sécrétion lactée paraissent donc se rapprocher, sous le rapport de la structure intime, des organes sécréteurs et du mécanisme de la sécrétion.

» Depuis, j'ai eu l'occasion d'étudier la structure des ovaires et des tubes séminifères, et j'ai reconnu que la sécrétion des œufs et celle du sperme se faisaient d'une manière analogue.

» C'est d'ailleurs un fait reconnu que, dans beaucoup de glandes, les canaux sécréteurs sont tapissés intérieurement par des vésicules que l'on regarde comme une sorte d'épithélium; mais, ce qu'on n'avait pas dit, à ma connaissance du moins, c'est que ces vésicules épithéliales mûrissent, se détachent des parois de l'utricule, et tombent dans sa cavité pour crever plus tard et répandre leur contenu. Je crois devoir faire remarquer que ces vésicules épithéliales diffèrent de l'épithélium ordinaire en ce que celui-ci, quand il tombe, constitue un détritus analogue à celui qui s'observe à la surface de la peau extérieure, tandis que les vésicules qui forment le revêtement intérieur des glandes sont de véritables organes en pleine activité, qui se détachent avant même d'être parvenus à leur entier développement, et que l'on ne saurait regarder comme un détritus, puisqu'ils continuent encore à vivre indépendants avant de se rompre pour répandre au dehors leur produit.

» Cette manière d'envisager les sécrétions pourra sans doute s'appliquer encore à d'autres glandes, et elle me paraît devoir conduire à des résultats intéressants, ainsi que j'espère le démontrer quand les faits que j'aurai recueillis seront assez nombreux pour qu'il soit permis de les généraliser. »

M. Gros écrit que depuis la présentation de sa Note sur la *vésiculation du lait*, il a reconnu que plusieurs des observations qu'il a consignées dans cette Note avaient été déjà faites par M. *Mandl*.

M. **Le Guillon**, chirurgien d'un des bâtiments de guerre qui doivent faire partie de l'expédition de Madagascar, se met à la disposition de l'Académie pour les observations qu'elle jugerait convenable de faire faire dans ces parages pendant le temps qu'y restera l'expédition.

(Renvoi à la Commission chargée de préparer des instructions pour M. E. Cloquet.)

M. E. **Bouvard** demande et obtient l'autorisation de reprendre un Mémoire intitulé : *Tables d'Uranus*, qu'il avait précédemment soumis au jugement de l'Académie, et sur lequel il n'a pas encore été fait de Rapport.

M. **d'Archiac** demande et obtient une semblable autorisation pour son Mémoire sur la *formation crétacée des versants S.-O. et N.-O. du plateau central de la France.*

L'Académie accepte le dépôt de deux paquets cachetés, présentés, l'un par M. **Aubert-Roche**, l'autre par M. **Gautier**.

COMITÉ SECRET.

La Section de Géographie et de Navigation présente la liste suivante de Candidats pour une place de correspondant vacante dans son sein, par suite du décès de M. *de Guignes* :

1°. Sir John Francklin, capitaine de vaisseau de la Marine britannique;

2°. Et par ordre alphabétique :

MM.	Démidoff,	à Saint-Pétersbourg ;
	Gauttier,	à Saint-Malo ;
	Lutké,	à Saint-Pétersbourg ;
	Owen,	à Londres ;
	James Clark Ross,	à Londres ;
	Wrangel,	à Saint-Pétersbourg.

Les titres de ces Candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 5 heures. F.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans cette séance, les ouvrages dont voici les titres :

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences; 1er semestre 1846; n° 2; in-4°.

Annales des Sciences naturelles; par MM. MILNE EDWARDS, AD. BRONGNIART *et* DECAISNE; octobre 1845; in-8°.

Des indications à suivre dans le traitement moral de la Folie; par M. F. LEURET. Paris, 1846; in-8°.

Le duc d'Orléans en Algérie. (Extrait du journal *la France algérienne*, des 6 et 13 décembre 1845.) Alger, 1 feuille in-8°.

Notes pour servir à l'anatomie du Coïpou; par M. LÉREBOULLET; in-4°.

Sur l'Enveloppe cuticulaire des Végétaux; Thèse pour le doctorat ès sciences, soutenue devant la Faculté de Dijon, par M. J. LAVALLE. Dijon, 1845, in-4°.

Sur le Calorique considéré comme agent de métamorphisme dans les roches; Thèse pour le doctorat ès sciences, soutenue devant la Faculté de Dijon, par le même; in-4°.

Revue zoologique de la Société Cuviérienne; nos 11 et 12; in-8°.

Sténographie et Calligraphie universelles; par M. J. PLANTIER; in-8°.

Notice indispensable pour employer convenablement les extraits aromatiques de légumes et de condiments composés; par M. J. MULOT; brochure in-32.

Journal des Usines et des Brevets d'invention; par M. VIOLLET; tome V, 1re partie; décembre 1845; in-8°.

Revue botanique; par M. DUCHARTRE; 1re année, 7e livraison; in-8°.

Le Mémorial encyclopédique; décembre 1845; in-8°.

L'Abeille médicale; janvier 1846; in-4°.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine; année 1841 — 1842, nos 4 à 8; année 1843 — 1844, tome III, nos 6 à 11; année 1844 — 1845, tome IV, nos 1 à 11; et année 1845 — 1846, tome V, n° 1.

Bulletin et Annales de l'Académie d'Archéologie de Belgique; année 1846, tome III; 1re livraison; in-8°.

The electrical... *Magasin électrique, dirigé par* M. C.-W. WALCKER; tome II; janvier 1846; in-8°.

The Cambridge... *Journal mathématique de Cambridge et de Dublin;* nos 1 et 2; décembre 1845; in-8°.

Astronomische... *Nouvelles astronomiques de* M. SCHUMACHER; n° 551; in-4°.

Handbuch... *Manuel d'Akiurgie vétérinaire, ou Traité des opérations sanglantes qui se pratiquent sur les grands animaux domestiques; par* M. DIETRICHS. Berlin, 842; in-8°.

Handbuch... *Manuel de Chirurgie vétérinaire; par* le même. Berlin, 1845, in-8°.

Handbuch... *Recherches sur la parturition des Animaux domestiques; par* le même. Berlin, 1845; in-8°.

(Ces ouvrages sont renvoyés, pour des Rapports verbaux, les deux premiers à M. *Rayer*, et le troisième à M. *Flourens*.)

Nieuwe Verhandelingen... *Nouvelles Transactions de la première classe de l'Institut royal néerlandais des Sciences, Lettres et Beaux-Arts;* IIe partie. (*Mémoire sur l'Anatomie et la Physiologie du* Gastruse equi, OEstre.) Amsterdam, 1845; in-4°.

Giornale... *Journal botanique italien, publié avec le concours de la Section de Botanique des Congrès scientifiques italiens; par* M. PARLATORE; 1re année; fascicules 9 et 10; in-8°.

Dubii... *Doutes sur les limites assignées par Cuvier aux diverses révolutions du Globe; par* le même. Florence, in-8°. (Extrait de la *Gazette toscane des Sciences physiques.*)

Nuove applicazioni... *Nouvelles applications du Calcul intégral relatives à la Quadrature des surfaces courbes et à la Cubature des solides; par* M. TORTOLINI, professeur à l'Université de Rome. (Extrait du *Journal mathématique* de M. Crelle.)

Nota... *Note sur la propriété de quelques Courbes planes du quatrième ordre; par* le même; $\frac{1}{2}$ feuille.

Sopra la... *Sur la rectification de quelques Courbes planes; par* le même. Rome, 1845; 1 $\frac{1}{2}$ feuille.

Dell' Achilleina... *Mémoire sur l'Achilléine et l'Acide achilléique, nouveau principe immédiat des végétaux, obtenu de l'* Achillea millefolium; *par* M. B. ZANON. Venise, 1845; 1 feuille in-4°.

Gazette médicale de Paris; année 1846; n° 3; in-4°.

Gazette des Hôpitaux; n°s 5 à 7; in-fol.

L'Écho du monde savant; n°s 4 et 5; in-4°.

La Réaction agricole; n° 82.

Gazette médico-chirurgicale; année 1846; n° 3.